

文章编号 1004-924X(2011)08-1874-09

精确约束二自由度微动角位移机构设计

王大志^{1,3*}, 何凯¹, 杜如虚^{1,2}

(1. 中国科学院深圳先进技术研究院精密工程研究中心, 广东深圳 518055;
2. 香港中文大学精密工程研究所 香港特别行政区; 3. 中国科学院研究生院, 北京 100039)

摘要:为了研制面向精密工程的微动角位移机构,采用旋量代数分析了3-HSE和3-HSVR三螺旋角位移机构的自由度和约束模式。分析表明,基于“不共线三点确定一个平面”设计的角位移机构存在欠约束和欠确定运动问题,由此导致机构的位姿和运动具有不确定性。因此,提出了双螺旋式精确约束二自由度角位移机构。这种机构在自然状态下采用六点约束,具有确定位姿;在输入状态下自由度数等于输入数,具有确定运动。采用矢量运动变换方法证明了机构在不同输入模式下的姿态调整原理并利用机构运动几何关系分析了机构灵敏度,结果表明,该角位移机构灵敏度优于 $0.83 \mu\text{rad}$ 。这种角位移机构仅采用两个螺旋支链,结构简单、位姿和运动确定、稳定性高,可用于两个自由度的姿态调整。

关键词:角位移机构;自由度;精确约束;姿态;调平

中图分类号:TH112.93 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20111908.1874

Design of exact constraint micro-motion angle displacement mechanism with two degrees of freedom

WANG Da-zhi^{1,3*}, HE Kai¹, DU Ru-xu^{1,2}

(1. *Centre for Precision Engineering, Shenzhen Institutes of Advanced Technology, Chinese Academy of Sciences, Shenzhen 518055, China;*

2. *Institute of Precision Engineering, The Chinese University of Hong Kong, Hong Kong, China;*

3. *Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)*

* *Corresponding author, E-mail: dz.wang@siat.ac.cn*

Abstract: In order to design a micro-motion angle displacement mechanism for precision engineering, the degrees of freedom and constraint patterns of 3HSE and 3HSVR angle displacement mechanisms with three screws were analyzed, and it shows that the common angle displacement mechanisms designed via three point supports have the uncertainties of the orientation and motion. Therefore, an exact constraint angle displacement mechanism with double screws was presented. The mechanism is exactly constrained by six point constraints, so that the position and orientation are deterministic at the natural state. Moreover, the number of degrees of freedom of the mechanism are equal to the number of the inputs and its motion is also deterministic at the input state. Furthermore, the adjusting orientation principles under different inputs were proved and the sensitivity was analyzed via the relationship

收稿日期:2010-12-17;修订日期:2011-02-10.

基金项目:深圳市精密工程重点实验室资助项目(No. CXB201005250018A)

of kinematic geometry. The result indicates that the sensitivity of the mechanism is superior to $0.83 \mu\text{rad}$. The analysis shows that the proposed angle displacement mechanism has good stability and is suitable for the angle adjustment involving two degrees of freedom in precision engineering.

Key words: angle displacement mechanism; Degree of Freedom (DOF); exact constraint; orientation; leveling

1 引言

角位移机构是精密工程领域应用广泛的一种姿态调整装置,如光学反射镜架及经纬仪、水准仪的安平底盘等^[1-5]。就角位移机构而言,除需具有调姿的功能外,它还是仪器的基础部件,因此,机构应为运动学确定结构,即在自然状态下具有确定的位姿,在输入状态下具有确定的运动^[6]。然而,目前基于“不共线三点确定一个平面”设计的角位移机构(如三螺旋式角位移机构)处于欠约束和欠确定运动状态,由此导致机构的位姿和运动具有不确定性,这对机构的稳定性、控制和工作均会带来不利影响。因此,设计一种约束正确且运动确定的角位移机构是一件具有实际价值和科学意义的工作。

精确约束设计又称为运动学设计,是精密工程师最重要的设计思想之一^[7-8]。与机构运动学中关注位置正解、位置反解、速度及加速度分析等不同,精确约束设计研究的是机构自由度、约束模式及其运动学性能问题。它注重以理论最少的点接触来约束构件的运动,并使运动副中构件接触点的数目与所需约束点数相等^[9-10]。遵循这一原则设计的结构具有运动确定、重复精度高和元件变形小的优点,并在精密仪器及测量领域具有广泛应用,如运动学轴系、运动学联接及精密定位平台等^[11-13]。

本文从精确约束的角度研究了角位移机构的设计问题,旨在解决三螺旋式角位移机构位姿及运动不确定问题。设计了面向精密工程的微动角位移机构,并对机构构型、调姿原理、灵敏度、自由度与约束模式等角位移机构设计的基本问题进行了阐述。

2 常用角位移机构约束分析

图1和图2是两种典型的三螺旋式角位移机构。从机构学的观点看,三螺旋式角位移机构属于结构对称的空间并联机构,主要包括动平台、底座及3个螺旋运动链。运动链中的螺旋副能够自锁从而使机构自动保持在相应姿态。但由于螺旋副的自锁减少了运动链终端的自由度,导致机构输出终端的约束模式和自由度发生变化,这使机构表现出不同的运动特点和性能。

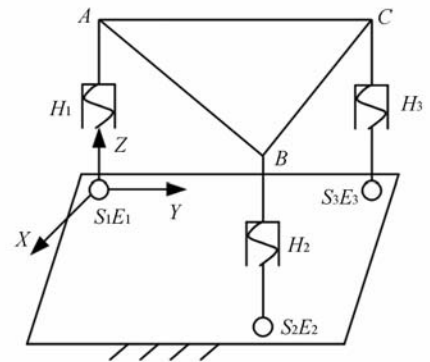


图1 3HSE角位移机构

Fig. 1 3HSE angle displacement mechanism

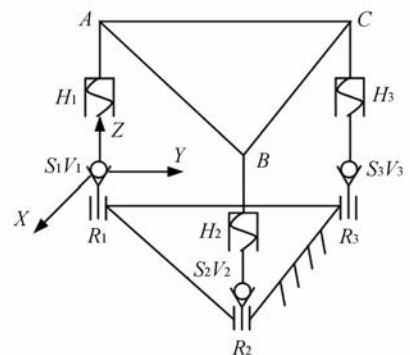


图2 3HSVR角位移机构

Fig. 2 3HSVR angle displacement mechanism

精确约束设计的核心是机械结构约束模式和自由度分析,为此首先进行运动链约束分析。设运动链具有 n 个相对自由度,第 i 个相对自由度的虚位移

$$T_i = \delta\varphi_i \mathbf{T}_{0i}, \quad (1)$$

式中: $\delta\varphi_i$ 表示第 i 个广义角位移大小; T_{0i} 表示第 i 个相对自由度的单位运动旋量。以坐标形式表示

$$\mathbf{T}_{0i} = [a_i, b_i, c_i, d_i, e_i, f_i]^T. \quad (2)$$

设运动链提供的约束旋量^[14-15]

$$\mathbf{W} = f\mathbf{W}_0 = f[c_1, c_2, \dots, c_6]^T, \quad (3)$$

式中: f 为约束旋量的大小; \mathbf{W}_0 为单位约束旋量。

约束旋量 \mathbf{W} 在第 i 个相对自由度的虚位移 T_i 上所做的虚功为 0,采用互易旋量可表示为^[14-16]

$$T_i \cdot \mathbf{W} = f\delta\varphi_i T_{0i}^T \mathbf{E} \mathbf{W}_0 = 0. \quad (4)$$

运动链的 n 个相对自由度与约束的关系为

$$[T_{01}, T_{02}, \dots, T_{0n}]^T \mathbf{E} \mathbf{W}_0 = 0, \quad (5)$$

定义自由度矩阵

$$\mathbf{D} = [T_{01}, T_{02}, \dots, T_{0n}], \quad (6)$$

则

$$\mathbf{D}^T \mathbf{E} \mathbf{W}_0 = 0. \quad (7)$$

在已知运动链自由度矩阵 \mathbf{D} 的情况下,即可求得运动链约束矩阵 \mathbf{W}_0 。同理,在已知约束矩阵 \mathbf{W}_0 的情况下,即可求得机构的自由度矩阵 \mathbf{D} 。

2.1 3HSE 角位移机构约束分析

如图 1 所示坐标系,在自然状态下,机构各运动支链上均无输入。此时,机构输出终端与底座之间通过球平面副形成 3 个点接触约束。根据六点定位原理可知,机构具有 3 个自由度,分别为绕 Z 轴的转动和沿 X 轴和 Y 轴的平动。

在单输入下,设 $H_1 S_1 E_1$ 为输入运动链,其自由度矩阵

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h \end{bmatrix}.$$

其中: h 是螺旋运动的节距。

根据式(7),输入支链 $H_1 S_1 E_1$ 的约束矩阵

$$\mathbf{W}_0 = 0.$$

这表明 $H_1 S_1 E_1$ 在输入状态下为零终端约束运动链。根据六点定位原理可知,机构输出终端具有 4 个自由度,分别是沿 X 轴和 Y 轴的平动自由度以及绕 Z 轴和绕两球心连线 $S_2 S_3$ 的转动自由度。

2.2 3HSVR 角位移机构自由度和约束分析

如图 2 所示坐标系,在自然状态下,运动链 $H_1 S_1 R_1$ 的自由度矩阵

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin \alpha & -\cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

其中: α 是 V 型槽槽向与 X 轴正向的夹角。

根据式(7),可得 $H_1 S_1 R_1$ 的约束矩阵

$$\mathbf{W}_0 = [0, 0, 1, 0, 0, 0]^T.$$

\mathbf{W}_0 是一个纯力旋量,这表明运动链 $H_1 R_1 S_1$ 提供一个点接触约束。由六点定位原理,在自然状态下,3HSVR 调平机构输出终端具有 3 个自由度,分别为绕 Z 轴的转动自由度,沿 X 轴和 Y 轴的平动自由度。

在单输入下,运动链 $H_1 S_1 R_1$ 的自由度矩阵

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin \alpha & -\cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h \end{bmatrix}.$$

其中: h 是螺旋运动的节距; α 是 V 型槽槽向与 X 轴正向的夹角。

根据式(7),可得运动链 $H_1 S_1 R_1$ 的约束矩阵

$$\mathbf{W}_0 = 0$$

这表明在单输入状态下运动链 $H_1 S_1 R_1$ 属于零终端运动链。根据六点定位原理可知,机构在单输入下具有 4 个自由度,分别为沿 X 轴、沿 Y 轴的平动自由度、绕 Z 轴及绕 $S_2 S_3$ 轴的转动自由度。

2.3 3HSE 和 3HSVR 角位移机构运动学性能

综上所述,3HSE 和 3HSVR 两种角位移机

构在自然状态下具有 3 个自由度,机构处于欠约束状态,在外界的扰动下易于发生相对运动,从而对机构的稳定性带来不利影响;在单输入下机构具有 4 个自由度,机构输入数小于自由度数,机构处于欠确定运动状态。在调姿过程中,机构输出终端有可能发生绕垂直方向的转动或平面上的平动,从而给机构的工作及控制带来不确定因素。

3 精确约束二自由度微动角位移机构的设计

3.1 角位移机构结构设计

基于上述分析,提出了双螺旋精确约束角位移机构。机构简图如图 3 所示。

球头支杆及两螺旋运动链的球头分别与动平台上的锥孔、V 型槽及平面台构成球-锥孔运动副 S_3C_3 、球-V 型槽运动副 S_2V_2 及球-平面副 S_1E_1 。这种约束模式保证了机构在自然状态下具有确定的位姿,在输入状态下具有确定运动,由此解决了传统角位移机构的欠约束和欠确定运动问题。

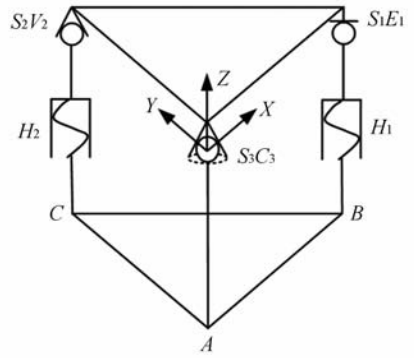


图 3 双螺旋精确约束角位移机构简图

Fig. 3 Scheme of an exact constraint angle displacement mechanism with double screws

在结构上,机构主要由动平台、微驱动组件、球头支杆及底座 4 部分组成。各零部件安装位置及关系如图 4 所示。微驱动组件与球头支杆呈直角结构配置,机构正交。在电机的驱动下,微驱动组件的球头终端做直线运动顶起动平台使其分别绕两正交轴转动实现调姿。

动平台上设置有锥孔,V 型槽及平面台,且呈直角配置。如图 5 所示。

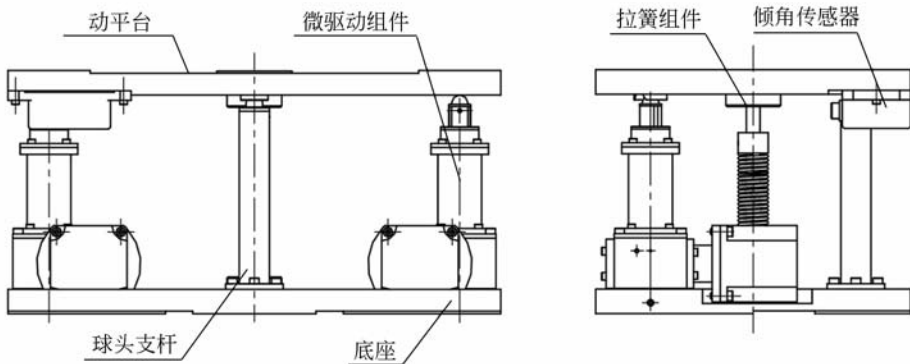


图 4 双螺旋精确约束角位移机构结构图

Fig. 4 Assembly of an exact constraint angle displacement mechanism with double screws

微驱动组件如图 6 所示,在电机的驱动下其球头终端做直线运动。蜗轮蜗杆机构可以实现自锁,可使动平台保持在相应姿态。球头支杆用来

提供动平台的运动支点。

该角位移机构呈平台式结构,有效利用了机构的横向空间,布局紧凑,结构清晰,其精确约束

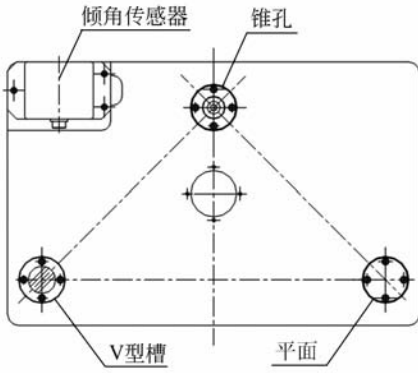


图 5 动平台

Fig. 5 Motion platform

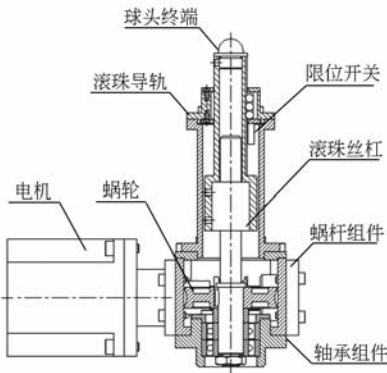


图 6 微驱动组件

Fig. 6 Micro-driving module

模式保证了动平台的确定运动。

3.2 自由度和约束分析

由于螺旋副的自锁,在不同输入状态下角位移机构的自由度和约束模式均发生变化。因此,这里分别研究机构在自然放置状态、单输入和双输入下的自由度和约束状态。

在自然放置状态下,机构输出终端与底座之间形成六个点接触约束,约束矩阵

$$W_0 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

根据式(7),可得

$$D=0$$

机构在自然状态下自由度为零,运动被完全约束,具有确定位姿。

在单输入下,不妨设 $H_1 S_1 E_1$ 为输入运动链,约束矩阵

$$W_0 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$$

根据式(7),机构自由度矩阵

$$D=[0,1,0,0,0,0]^T$$

在单输入下,机构具有 1 个转动自由度,自由度等于输入数,具有确定运动。

在双输入下,机构约束矩阵

$$W_0 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

根据式(7),机构自由度矩阵

$$D=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

机构在双输入下具有 2 个转动自由度。自由度等于输入数,具有确定运动。

3.3 调姿原理

设 s_0 为机构终端初始姿态法向矢量

$$s_0 = (\cos \alpha_0, \cos \beta_0, \cos \gamma_0)^T$$

其中: $\cos \alpha_0, \cos \beta_0$ 和 $\cos \gamma_0$ 为矢量 s_0 的方向余弦。

设 s_2 表示输出终端期望姿态法向矢量

$$s_2 = (\cos \alpha_2, \cos \beta_2, \cos \gamma_2)^T$$

其中: $\cos \alpha_2, \cos \beta_2$ 和 $\cos \gamma_2$ 为 S_2 的方向余弦。

在单输入下,设输出终端通过连续转动 τ_1 和 τ_2 运动到期望姿态,如图 7 所示。

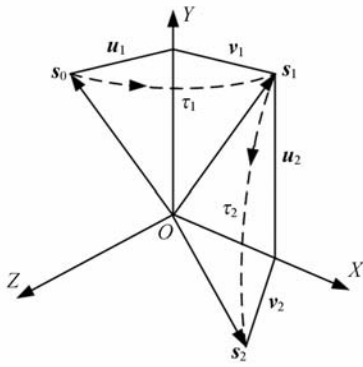


图 7 方向矢量变换

Fig. 7 Transformation of a direction vector

设中间矢量 s_1

$$s_1 = (a, b, c)^T$$

设 x_0 和 y_0 表示沿 X 轴和 Y 轴的单位向量, 则

$$y_0^T s_0 = y_0^T s_1 \quad a = \cos \alpha_2$$

$$x_0^T s_2 = x_0^T s_1 \quad b = \cos \beta_0$$

$$c = \pm \sqrt{1 - a^2 - b^2} = \pm \sqrt{\sin^2 \beta_0^2 - \cos^2 \alpha_2}$$

设矢量 u_1 和 v_1 是垂直于 Y 轴平面上的投影, 有:

$$u_1 = s_0 - y_0^T s_0 y_0 = (\cos \alpha_0, 0, \cos \gamma_0)^T$$

$$v_1 = s_1 - y_0^T s_0 y_0 = (a, 0, c)^T$$

转角

$$\tau_1 = \arctan \frac{y_0^T (u_1 \times v_1)}{u_1 \cdot v_1} = \arctan \frac{a \cos \gamma_0 - c \cos \alpha_0}{a \cos \alpha_0 + c \cos \gamma_0} \quad (8)$$

设矢量 u_2 和 v_2 是垂直于 X 轴平面上的投影, 有:

$$u_2 = s_1 - x_0^T s_1 x_0 = (0, b, c)^T$$

$$v_2 = s_2 - x_0^T s_2 x_0 = (0, \cos \beta_2, \cos \gamma_2)^T$$

转角

$$\tau_2 = \arctan \frac{x_0^T (u_2 \times v_2)}{u_2 \cdot v_2} = \arctan \frac{b \cos \gamma_2 - c \cos \beta_2}{b \cos \beta_2 + c \cos \gamma_2} \quad (9)$$

式(8)和(9)表明角位移机构在单输入下的调姿原理。

在双输入下, 角位移机构的自由度空间如图 8 所示。

设 $\omega \in R^3$ 表示物体转动轴线的单位方向矢量, 采用坐标分量的形式可表示为

$$\omega = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)^T$$

物体绕轴线转动角度 φ , 位姿表示为^[14]

$$R(\omega, \varphi) = \exp(\hat{\omega}\varphi) = I + \hat{\omega} \sin \varphi + \hat{\omega}^2 (1 - \cos \varphi)$$

其中: I 表示 3 阶单位矩阵; $\hat{\omega}$ 表示反对称矩阵,

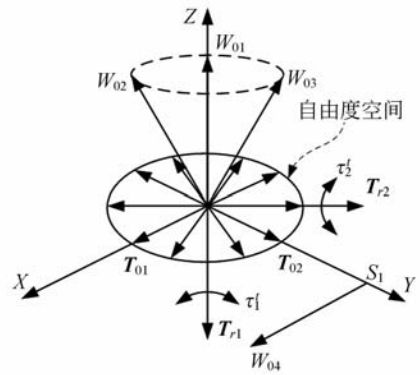


图 8 双输入下机构自由度模式

Fig. 8 Degree of freedom pattern under double inputs

即^[13]

$$\hat{\omega} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}$$

在每一瞬时该角位移机构的终端绕 X 轴和 Y 轴联动, 则沿 X 轴和 Y 轴的转动轴线可采用单位方向向量 T_{01} 和 T_{02} 表示, 即

$$T_{01} = (1, 0, 0)^T; T_{02} = (0, 1, 0)^T;$$

则

$$\hat{T}_{01} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \hat{T}_{02} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

根据 Euler 定理^[14], 刚体的任意姿态均等价于绕某一固定轴的等价转动, 则

$$R(\theta_1, \theta_2) = \exp(\theta_1 \hat{T}_{01} + \theta_2 \hat{T}_{02})$$

其中: θ_1 和 θ_2 是方向向量 T_{01} 和 T_{02} 的角度坐标, 表示机构终端绕 X 轴和 Y 轴的转角。

在反向同步输入下 $\theta_1 = \theta_2 = \theta$, 机构终端的姿态可表示为

$$R(\theta_1, \theta_2) = \exp(\theta_1 \hat{T}_{01} + \theta_2 \hat{T}_{02}) = \exp(\theta \hat{T}_{r1})$$

$$\text{其中: } \hat{T}_{r1} = \hat{T}_{01} + \hat{T}_{02} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

转动轴线的方向矢量

$$T_{r1} = (1, 1, 0)^T$$

在同向同速输入下 $\theta_1 = -\theta, \theta_2 = \theta$, 机构终端的姿态可表示为

$$R(\theta_1, \theta_2) = \exp(\theta_1 \hat{T}_{01} + \theta_2 \hat{T}_{02}) = \exp(\theta \hat{T}_{r2})$$

$$\text{其中: } \hat{T}_{r2} = \hat{T}_{02} - \hat{T}_{01} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

转动轴线的方向矢量

$$\mathbf{T}_{r2} = (-1, 1, 0)^T.$$

方向矢量 \mathbf{T}_{r1} 和 \mathbf{T}_{r2} 表明在等速联动输入下机构在空间具有两个恒定的转动轴线。

在 \mathbf{T}_{r1} \mathbf{T}_{r2} 中, 设机构终端初始姿态法向矢量 \mathbf{s}'_0 , 期望姿态法向矢量 \mathbf{s}'_2 , 且

$$\mathbf{s}'_0 = (\cos \alpha'_0, \cos \beta'_0, \cos \gamma'_0)^T,$$

$$\mathbf{s}'_2 = (\cos \alpha'_2, \cos \beta'_2, \cos \gamma'_2)^T.$$

则

$$\mathbf{s}'_0 = \exp\left(-\hat{z}_0 \frac{\pi}{4}\right) \mathbf{s}_0 = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos \alpha_0 + \cos \beta_0) \\ -\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos \alpha_0 - \cos \beta_0) \\ \cos \gamma_0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{s}'_2 = \exp\left(-\hat{z}_0 \frac{\pi}{4}\right) \mathbf{s}_2 = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos \alpha_2 + \cos \beta_2) \\ -\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos \alpha_2 - \cos \beta_2) \\ \cos \gamma_2 \end{bmatrix}.$$

同理, 可得中间矢量

$$\mathbf{s}'_1 = \begin{bmatrix} a'_1 \\ b'_1 \\ c'_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos \alpha_2 + \cos \beta_2) \\ -\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos \alpha_0 - \cos \beta_0) \\ c'_1 \end{bmatrix}.$$

其中:

$$c'_1 = \pm \sqrt{1 - (a'_1)^2 - (b'_1)^2}.$$

由式(8)和(9), 可得在两个螺旋联动输入下机构绕 \mathbf{T}_{r1} 和 \mathbf{T}_{r2} 的转角

$$\tau_1 = \arctan \frac{a'_1 \cos \gamma'_0 - c'_1 \cos \alpha'_0}{a'_1 \cos \alpha'_0 + c'_1 \cos \gamma'_0},$$

$$\tau_2 = \arctan \frac{b'_1 \cos \gamma'_2 - c'_1 \cos \beta'_2}{b'_1 \cos \beta'_2 + c'_1 \cos \gamma'_2}.$$

由此证明了机构在联动输入下的调姿原理。

3.4 灵敏度分析

设机构终端绕 X 轴转动。平面 CS_2S_3 表示了机构调姿过程的运动几何关系, $ACS_{20}S_3$ 表示机构的初始状态, 如图 9 所示。

设 y 是两球心 S_2 和 S_3 的初始定位距离, 在 $\triangle S_{20}S_2S_3$ 中

$$dh = y \sec^2 \theta_x d\theta_x. \quad (10)$$

设 δ_1 为机构绕 X 轴转动时步进电机的输入角度, 蜗轮蜗杆传动的减速比为 i , 则

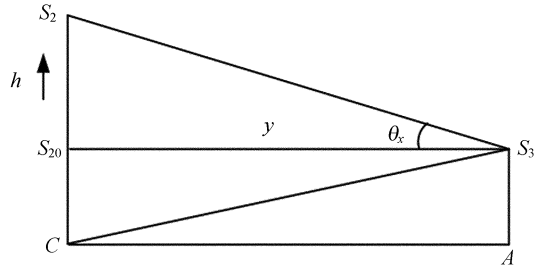


图 9 机构运动几何关系

Fig. 9 Kinematic geometry relationships for the mechanism

$$dh = \frac{p}{2\pi \cdot i} d\delta_1, \quad (11)$$

其中: h 是螺旋运动链的长度; p 是螺旋副的螺距。

根据式(10)和(11), 得到机构绕 X 轴的转动灵敏度

$$d\theta_x = \frac{p \cos^2 \theta_x}{2\pi y i} d\delta_1. \quad (12)$$

设 δ_2 为机构绕 Y 轴转动时步进电机的输入角度, x 是两球心 S_1 和 S_3 的初始定位距离, 则机构绕 Y 轴的转动灵敏度

$$d\theta_y = \frac{p \cos^2 \theta_y}{2\pi x i} d\delta_2. \quad (13)$$

该机构选用步距角为 $\alpha = 1.8^\circ$ 的步进电机作为驱动元件, 则

$$d\delta_1 = d\delta_2 = \frac{\alpha\pi}{180} = \frac{\pi}{100} \text{ rad}.$$

蜗轮蜗杆传动的减速比 $i = 40$, 丝杠螺距 $p = 2 \text{ mm}$, 初始定位距离 $x = y = 300 \text{ mm}$, 可得该角位移机构灵敏度

$$\begin{cases} d\theta_x = \frac{p \cos^2 \theta_x}{2\pi y i} d\delta_1 \leq \frac{p}{2\pi y i} d\delta_1 = 0.83 \mu\text{rad} \\ d\theta_y = \frac{p \cos^2 \theta_y}{2\pi x i} d\delta_2 \leq \frac{p}{2\pi x i} d\delta_2 = 0.83 \mu\text{rad} \end{cases}.$$

机构灵敏度分析表明了机构灵敏度与机构几何参数及运动学尺寸之间的关系, 为机构的几何精度设计提供了理论依据。

4 结 论

本文从机构约束模式与自由度角度研究了角位移机构的设计问题。传统基于“三点确定一个平面”设计的角位移机构不属于运动学确定结构,

主要表现为自然状态下的欠约束和输入状态下的欠确定运动问题,这对机构的稳定性、工作及控制均会带来不确定因素。在实际工作中,这些问题有时表现并不明显,这主要是由于脚螺旋与底面之间的摩擦力较大,这些摩擦力进一步限制了机构的运动,但当接触处较为光滑或承载设备质量较小时,这种运动不确定性表现明显,由此导致机构出现不期望的运动而干扰正常工作。

调平可以看成是角位移机构的一种特殊工作状态。从几何上讲,不共线三点确定一个平面,但这并不意味着调平机构需要采用三个脚螺旋。“三点确定一个平面”仅是一个几何概念,它与“物体的调平”是不同的两个问题。从运动学的角度,调平是对物体两个转动自由度的调整。基于此原

理,设计了精确约束二自由度微动角位移机构。

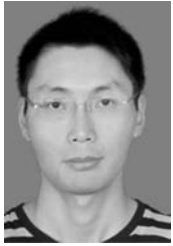
该精确约束角位移机构在自然状态下采用六点约束,位姿确定;在单输入和双输入作用下,具有确定运动,由此解决了三点约束设计角位移机构的欠约束和欠确定运动问题,具有稳定性高、位姿和运动确定的特点,可用于精密工程领域涉及两个自由度的姿态调整场合。从结构上,该角位移机构仅采用有两个脚螺旋,减少了驱动电机的数目,简化了结构及控制。另一方面,机构的正交结构对零件的加工精度要求较高,对机构的装调也提出了更高的要求。分析计算表明:该角位移机构灵敏度优于 $0.83 \mu\text{rad}$,未来将从机电系统角度开展机构的精度检测、调姿策略等研究工作,进一步推进该机构的理论研究及工程应用。

参考文献:

- [1] 高云国. 大型光电设备载车三点液压调平支承的研究 [J]. 光学 精密工程, 1996, 4(3): 106-110.
GAO Y G. Research of three hydraulic leveling bearing points for carrying vehicle of large-size optical and electrical instrument [J]. *Opt. Precision Eng.*, 1996, 4(3): 106-110. (in Chinese)
- [2] 姜伟伟, 高云国, 冯栋彦. 大型光电设备基准平面自动调平系统 [J]. 光学 精密工程, 2009, 17(5): 1039-1045.
JIANG W W, GAO Y G, FENG D Y, et al.. Automatic-leveling system for base-plane of large-size photoelectric equipment [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2009, 17(5): 1039-1045. (in Chinese)
- [3] 朱耆祥. ICF 用阵列镜腔及阵列伺服反射镜的新型反射镜结构 [J]. 光电工程, 2001, 28(5): 24-27.
ZHU Q X. A novel mirror structure for array cavity mirror and array servo mirror used in inertial confinement fusion [J]. *Opto-electronic engineering*, 2001, 28(5): 24-27. (in Chinese)
- [4] 朱耆祥. ICF 驱动系统中新型阵列式镜架的设计研制 [J]. 强激光与粒子束, 2002, 14(6): 862-864.
ZHU Q X. Design of a novel array mount for the driven system of inertial confinement fusion [J]. *High power laser and particle beams*, 2002, 14(6): 862-864. (in Chinese)
- [5] 章亚男, 沈丽丽, 沈卫星, 等. 大口径透镜姿态调整机构的支承分布设计 [J]. 光学 精密工程, 2010, 18(12): 2624-2632.
ZHANG Y N, SHEN L L, SHEN W X, et al.. Design of support distribution for the attitude adjusting mechanism of large lens [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2010, 18(12): 2624-2632. (in Chinese)
- [6] 高福晖. 机械零件强度许用值新标准及大型经纬仪机械设计 [M]. 成都: 成都科技大学出版社, 1998: 202-210.
GAO F H. *New method for Refining the Permissible Value of Strength of Machine Parts and Sup-theodolite Machine Design* [M]. Chengdu: Chengdu University of Science and Technology Press, 1998: 202-210. (in Chinese)
- [7] EVANS C. *Precision Engineering: an Evolutionary View* [M]. Bedfordshire: Cranfield Press, 1989.
- [8] VERMEULEN H, VERMEULEN M, WETZELS S, et al.. Design for precision: current status and trends [J]. *Annals of the CRIP*, 1998, 47(2): 557-586.
- [9] 王大珩. 现代仪器仪表技术与设计 [M]. 北京: 科学出版社, 2003: 1422-1426.
WANG D H. *Design and Technology for Modern Instruments* [M]. Beijing: Science Press, 2003: 1422-1426.

- [10] BLANDING D L. *Exact Constraint: Machine Design Using Kinematic Principles* [M]. New York: ASME Press, 1999.
- [11] SLOCUM A H. Kinematic couplings: a review of design principles and application [J]. *International journal of machine tools and manufacture*, 2010, 50(4): 310-327.
- [12] CULPEPPER M L, KARTIK M V, DIBIASIO C. Design of integrated eccentric mechanisms and exact constraint fixtures for micro-level repeatability and accuracy [J]. *Precision Engineering*, 2005, 29(1): 65-80.
- [13] TAYLOR J B, TU J F. Precision X-Y micro-stage with maneuverable kinematic coupling mechanism [J]. *Precision Engineering*, 1996, 18(2): 85-94.
- [14] MURRAY R M, LI Z X, SASTRY S S. *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation* [M]. Boca Raton: CRC Press, 1994.
- [15] 赵景山, 冯之敬, 褚福磊. 机器人机构自由度分析理论 [M]. 北京: 科学出版社, 2009.
ZHAO J SH, FENG ZH J, CHU F L. *Analytical Theory of the Degree of Freedom for Robot Mechanisms* [M]. Beijing: Science Press, 2009. (in Chinese)
- [16] KUMAR V. Instantaneous kinematics of parallel chain robotic mechanisms [J]. *ASME Journal of Mechanical Design*, 1992, 114(3): 349-358.

作者简介:



王大志(1979—),男,天津人,博士研究生,2002年、2005年于四川大学分别获得学士、硕士学位,研究方向为精密机械设计。E-mail: dz.wang@siat.ac.cn



杜如虚(1955—),男,博士,教授,香港中文大学精密工程研究所所长,主要研究方向为机械制造及自动化。E-mail: rdu@mae.cuhk.edu.hk



何凯(1972—),男,安徽人,博士,副研究员,主要研究方向为机械制造及自动化。E-mail: kai.he@siat.ac.cn